

**Проверочная работа  
по МАТЕМАТИКЕ  
(углублённый уровень)**

**8 КЛАСС**

**Образец**

**Пояснение к образцу проверочной работы**

На выполнение работы по математике углублённого уровня отводится два урока (не более 45 минут каждый). Работа состоит из двух частей и включает в себя 16 заданий.

Обе части работы могут выполняться в один день с перерывом не менее 10 минут или в разные дни.

При выполнении работы не разрешается пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.



**В образце представлено несколько примеров задания 13. В реальных вариантах проверочной работы на этой позиции будет предложено только одно задание.**

Таблица для внесения баллов участника\*

| Номер задания | Часть 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |    | Часть 2 |    |    |    |    |    | Сумма баллов | Отметка за работу |
|---------------|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---------|----|----|----|----|----|--------------|-------------------|
|               | 1       | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11      | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |              |                   |
| Баллы         |         |   |   |   |   |   |   |   |   |    |         |    |    |    |    |    |              |                   |

\* *Обратите внимание:* в случае, если какие-либо задания не могли быть выполнены целым классом по причинам, связанным с особенностями организации учебного процесса, в форме сбора результатов ВПР всем обучающимся класса за данные задания вместо баллов выставляется значение «Тема не пройдена». В соответствующие ячейки таблицы заполняется н/п.

Таблица квадратов двузначных чисел

|         |   | Единицы |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------|---|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|         |   | 0       | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| Десятки | 1 | 100     | 121  | 144  | 169  | 196  | 225  | 256  | 289  | 324  | 361  |
|         | 2 | 400     | 441  | 484  | 529  | 576  | 625  | 676  | 729  | 784  | 841  |
|         | 3 | 900     | 961  | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
|         | 4 | 1600    | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |
|         | 5 | 2500    | 2601 | 2704 | 2809 | 2916 | 3025 | 3136 | 3249 | 3364 | 3481 |
|         | 6 | 3600    | 3721 | 3844 | 3969 | 4096 | 4225 | 4356 | 4489 | 4624 | 4761 |
|         | 7 | 4900    | 5041 | 5184 | 5329 | 5476 | 5625 | 5776 | 5929 | 6084 | 6241 |
|         | 8 | 6400    | 6561 | 6724 | 6889 | 7056 | 7225 | 7396 | 7569 | 7744 | 7921 |
|         | 9 | 8100    | 8281 | 8464 | 8649 | 8836 | 9025 | 9216 | 9409 | 9604 | 9801 |

### **Инструкция по выполнению заданий части 1 проверочной работы**

На выполнение заданий части 1 проверочной работы по математике отводится один урок (не более 45 минут). Часть 1 включает в себя 10 заданий.

Ответы на задания запишите в поля ответов в тексте работы. В задании 4 нужно отметить точку на числовой прямой. Если Вы хотите изменить ответ, зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении работы не разрешается пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. В целях экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения работы у Вас останется время, то Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

***Желаем успеха!***







### **Инструкция по выполнению заданий части 2 проверочной работы**

На выполнение заданий части 2 проверочной работы по математике отводится один урок (не более 45 минут). Часть 2 включает в себя 6 заданий.

Во всех заданиях запишите решение и ответ в указанном месте. Если Вы хотите изменить ответ, зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении работы не разрешается пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. В целях экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения работы у Вас останется время, то Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

***Желаем успеха!***



12

Правильный игральный кубик бросают два раза. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков окажется не меньше 9.

Решение.

Ответ:



ИЛИ

13

Корнем квадратного уравнения  $2x^2 + 3\sqrt{2} \cdot x + c = 0$  является число  $\sqrt{2} - 1$ . Найдите второй корень данного уравнения.

Решение.

Ответ:

14

Боковая сторона равнобедренного треугольника  $ABC$  равна 3, а основание  $AC$  равно 2. В этом треугольнике провели биссектрисы  $AL$  и  $CM$ . Найдите длину отрезка  $LM$ .

Решение.

Ответ:



16

Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  прямоугольной трапеции  $ABCD$  равны соответственно 40 и 41. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.

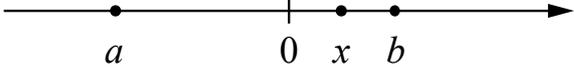
Решение.

Ответ:

**Система оценивания проверочной работы**

**Часть 1**

|               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |       |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|-------|
| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Итого |
| Баллы         | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 10    |

| Номер задания | Правильный ответ  |
|---------------|---|
| 1             | 4   |
| 2             | -4 и 9  |
| 3             | 3   |
| 4             |  <p>В качестве верного следует засчитать любой ответ, где точка <math>x</math> лежит между точками 0 и <math>b</math></p> |
| 5             | 126   |
| 6             | $y = 2x - 1$ или $f(x) = 2x - 1$  |
| 7             | 200   |
| 8             | <i>BACD</i>   |
| 9             | 8   |
| 10            | 2   |

**Система оценивания проверочной работы**

**Часть 2**

|               |    |    |    |    |    |    |       |
|---------------|----|----|----|----|----|----|-------|
| Номер задания | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | Итого |
| Баллы         | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 12    |

11

Решите неравенство  $\frac{2x-3}{5} - \frac{4x-7}{15} > \frac{8x-7}{3}$ .

| Решение и указания к оцениванию   | Баллы |
|---|-------|
| <p>Решение.</p> $\frac{2x-3}{5} - \frac{4x-7}{15} > \frac{8x-7}{3}; \quad \frac{3(2x-3) - (4x-7) - 5(8x-7)}{15} > 0;$ $6x - 9 - 4x + 7 - 40x + 35 > 0; \quad 38x < 33; \quad x < \frac{33}{38}.$ <p>Ответ: <math>x &lt; \frac{33}{38}</math> или <math>\left(-\infty; \frac{33}{38}\right)</math></p> |       |
| Обоснованно получен верный ответ  | 2     |
| Дан верный ответ, но решение недостаточно обосновано.<br>ИЛИ<br>Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка   | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше   | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>  | 2     |

12

Правильный игральный кубик бросают два раза. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков окажется не меньше 9.

| Решение и указания к оцениванию   |  | Баллы |   |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |  |
|---|--|-------|---|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|----|----|---|---|---|---|----|----|----|--|
| <p>Решение.</p> <p>Обозначим <math>A</math> событие «сумма очков не меньше 9».</p> <p>Всего <math>N = 36</math> равновозможных исходов. Из них <math>N(A) = 10</math> благоприятствуют событию <math>A</math>. Значит,</p> $P(A) = N(A) \cdot \frac{1}{N} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$ <p>Ответ: <math>\frac{5}{18}</math>.</p> | <table border="1"> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> <td>11</td> <td>12</td> </tr> </table> |       | 1 | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |  |
|   | 1  | 2     | 3 | 4  | 5  | 6  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |  |
| 1   | 2  | 3     | 4 | 5  | 6  | 7  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |  |
| 2   | 3  | 4     | 5 | 6  | 7  | 8  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |  |
| 3   | 4  | 5     | 6 | 7  | 8  | 9  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |  |
| 4   | 5  | 6     | 7 | 8  | 9  | 10 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |  |
| 5   | 6  | 7     | 8 | 9  | 10 | 11 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |  |
| 6   | 7  | 8     | 9 | 10 | 11 | 12 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |  |
| <b>Возможно другое решение</b>  |  |       |   |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |  |
| Обоснованно получен верный ответ  |  | 2     |   |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |  |
| Дан верный ответ, но решение недостаточно обосновано.<br>ИЛИ<br>Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка   |  | 1     |   |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |  |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше   |  | 0     |   |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |  |
| <i>Максимальный балл</i>  |  | 2     |   |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |    |    |    |  |

13

Решите уравнение  $(x-3)^4 - 4(x-3)^2 - 5 = 0$ .

| Решение и указания к оцениванию  |  | Баллы |
|--|--|-------|
| <p>Решение.</p> <p>Пусть <math>t = (x-3)^2</math>, тогда <math>t^2 - 4t - 5 = 0</math>; получаем: <math>t = -1</math> или <math>t = 5</math>.</p> <p>Уравнение <math>(x-3)^2 = -1</math> не имеет решений.</p> <p>Из уравнения <math>(x-3)^2 = 5</math> получаем: <math>x = 3 - \sqrt{5}</math> или <math>x = 3 + \sqrt{5}</math>.</p> <p>Ответ: <math>3 - \sqrt{5}</math>; <math>3 + \sqrt{5}</math>.</p> |  |       |
| <b>Возможно другое решение</b>   |  |       |
| Обоснованно получен верный ответ   |  | 2     |
| Дан верный ответ, но решение недостаточно обосновано.<br>ИЛИ<br>Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка  |  | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше  |  | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>   |  | 2     |

ИЛИ

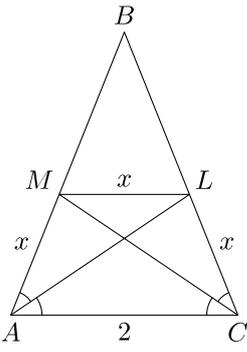
13

Корнем квадратного уравнения  $2x^2 + 3\sqrt{2} \cdot x + c = 0$  является число  $\sqrt{2} - 1$ . Найдите второй корень данного уравнения.

| Решение и указания к оцениванию   | Баллы |
|---|-------|
| Решение.<br>Обозначим второй корень уравнения $x_2$ . По теореме Виета $x_2 + \sqrt{2} - 1 = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .<br>Тогда $x_2 = 1 - \frac{5\sqrt{2}}{2}$ .<br>Возможно другое решение с предварительным нахождением коэффициента $c$ .<br>Ответ: $1 - \frac{5\sqrt{2}}{2}$ |       |
| Обоснованно получен верный ответ  | 2     |
| Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка   | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше   | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>  | 2     |

14

Боковая сторона равнобедренного треугольника  $ABC$  равна 3, а основание  $AC$  равно 2. В этом треугольнике провели биссектрисы  $AL$  и  $CM$ . Найдите длину отрезка  $LM$ .

| Решение и указания к оцениванию   | Баллы |
|---|-------|
| Решение.<br>Треугольники $AMC$ и $ALC$ равны по стороне и двум прилежащим углам. Следовательно, $AM = CL$ . Тогда $BM = BL$ , и треугольник $MBL$ подобен треугольнику $ABC$ , а потому $\angle BAC = \angle BML$ . Следовательно, прямые $ML$ и $AC$ параллельны, поэтому $\angle MLA = \angle MAL$ . Значит, треугольник $AML$ равнобедренный: $ML = AM$ . Пусть $AM = ML = LC = x$ .<br>Из подобия треугольников $MBL$ и $ABC$ получаем:<br>$\frac{BM}{AB} = \frac{ML}{AC}; \quad \frac{3-x}{3} = \frac{x}{2}, \text{ откуда } x = 1,2.$ |       |
|    |       |
| <b>Возможно другое решение</b>  |       |
| Обоснованно получен верный ответ  | 2     |
| Дан верный ответ, но решение недостаточно обосновано.<br>ИЛИ<br>Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка.  | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше   | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>  | 2     |

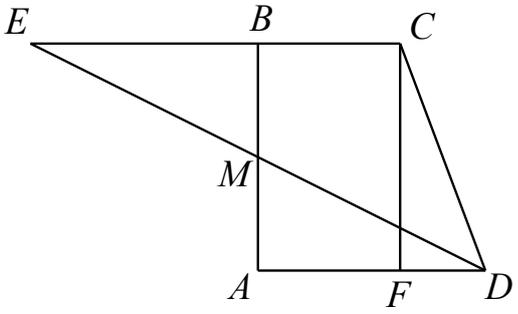
15

Расстояние между пунктами А и В по реке равно 11 км. Из пункта А в пункт В одновременно отправились плот и моторная лодка. Моторная лодка, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно. В двух километрах от пункта А лодка встретила плот. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

| Решение и указания к оцениванию   | Баллы |
|---|-------|
| Решение.<br>Приняв скорость лодки за $x$ км/ч ( $x > 3$ ), составим уравнение<br>$\frac{11}{x+3} + \frac{9}{x-3} = \frac{2}{3},$ откуда: $20x - 6 = \frac{2}{3}(x^2 - 9); \frac{2}{3}x^2 = 20x.$ Корни уравнения 0 и 30. Получаем, что скорость лодки равна 30 км/ч.<br>Ответ: 30 км/ч. |       |
| <b>Возможно другое решение</b>  |       |
| Обоснованно получен верный ответ  | 2     |
| Дан верный ответ, но решение недостаточно обосновано.<br>ИЛИ<br>Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка   | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше   | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>  | 2     |

16

Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  прямоугольной трапеции  $ABCD$  равны соответственно 40 и 41. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.

| Решение и указания к оцениванию  | Баллы  |
|--|--|
| <p>Решение.</p> <p>Пусть биссектриса угла <math>ADC</math> пересекает сторону <math>AB</math> в точке <math>M</math>, а продолжение стороны <math>CB</math> — в точке <math>E</math> вне трапеции. <math>\angle CED = \angle ADE = \angle CDE</math>, поэтому треугольник <math>ECD</math> равнобедренный: <math>EC = CD = 41</math>. Треугольники <math>EBM</math> и <math>DAM</math> равны по стороне и двум прилежащим углам, поэтому <math>AD = BE</math>.</p> <p>Проведём отрезок <math>CF</math> перпендикулярно стороне <math>AD</math>. Поскольку трапеция <math>ABCD</math> прямоугольная, <math>CF = AB = 40</math>. Сторона <math>FD</math> прямоугольного треугольника <math>CFD</math> равна <math>\sqrt{CD^2 - CF^2} = 9</math>.</p> <p>Тогда: <math>AD = BC + 9</math>, <math>EC = AD + BC = 2BC + 9 = 41</math>, следовательно, <math>BC = 16</math> и <math>AD = 25</math>.</p> <p>Площадь трапеции <math>ABCD</math> равна</p> $\frac{AD + BC}{2} \cdot CF = \frac{25 + 16}{2} \cdot 40 = 820.$ <p>Ответ: 820.</p> <p><b>Возможно другое решение</b></p> |  |
| Обоснованно получен верный ответ   | 2  |
| Найдено большее основание трапеции, дальнейшее продвижение отсутствует, либо ошибочно  | 1  |
| Решение неверно или отсутствует  | 0  |
| <i>Максимальный балл</i>   | 2  |

**Система оценивания выполнения всей работы**

Максимальный первичный балл за выполнение работы – 22.

*Рекомендуемая таблица перевода баллов в отметки по пятибалльной шкале*

| Отметка по пятибалльной шкале | «2» | «3»  | «4»   | «5»   |
|-------------------------------|-----|------|-------|-------|
| Первичные баллы               | 0–6 | 7–11 | 12–17 | 18–22 |